

УДК 004.02

## ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ КОГНИТИВНЫХ КАРТ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЛОХОСТРУКТУРИРОВАННЫХ СИСТЕМ

канд. техн. наук, доц. А.Ф. ОСЬКИН  
(Полоцкий государственный университет);  
Д.А. ОСЬКИН

(Белорусский государственный экономический университет, Минск)

*Рассматривается методика моделирования плохоструктурированных систем, основанная на применении нечетких когнитивных карт. Кратко рассмотрена история становления этого метода моделирования, приведены ссылки на основные работы в данной предметной области. Предложена модификация алгоритма построения нечеткой когнитивной карты Коско. Приведены примеры моделирования с использованием модифицированного алгоритма.*

**Ключевые слова:** моделирование, когнитивные карты, плохоструктурированные системы

**Введение.** Когнитивные карты представляют собой разновидность математических моделей, описывающих проблемные ситуации или сложные слабоструктурированные системы. Впервые термин «когнитивные карты» (Cognitive Maps) предложил Е. Толмен в работе [1].

Рассматривать когнитивную карту как ориентированный граф, дугам которого присваиваются знак «плюс» или «минус», предложил Р. Аксельрод. В работе [2] он применил эту модель для построения теории принятия решений в политике и экономике.

Таким образом, классические знаковые когнитивные карты задаются в виде ориентированного графа и представляют моделируемую систему в виде множества вершин (концептов) и дуг, взвешенных двухуровневыми значениями. Базовыми элементом такой карты являются связи, описывающая влияние одного концепта  $K_i$  (начальная вершина в теории графов) на другой концепт  $K_j$  (конечная вершина в теории графов). Направленность этой связи  $w_{ij}$  означает, что концепт-источник влияет на концепт-приемник, т.е. изменение значений (состояний) концепта-источника приводит к изменению значений (состояний) концепта-приемника. При этом передача влияния рассматривается качественно: при положительной связи и увеличении концепта  $K_i$  концепт  $K_j$  увеличивается, а при уменьшении  $K_i$  –  $K_j$  уменьшается. При отрицательном значении связи увеличение значения  $K_i$  вызовет уменьшение  $K_j$  (и наоборот).

Такая когнитивная карта может быть использована для качественной оценки влияния отдельных концептов на устойчивость системы в целом. Выявляя образовавшиеся в карте контуры, анализируя результирующие знаки каждого из контуров и используя теорию обратных связей, можно оценивать устойчивость моделируемой системы.

В основе такого анализа лежит, по сути дела, методология анализа обычных линейных систем, основанная на сравнении различных контуров, образованных из концептов. Понятно, что возможности такого анализа ограничены и не позволяют выявить особенности взаимовлияния концептов, а также ранжировать их по степени влияния друг на друга. Особенно заметно это становится при решении задач многокритериальной оптимизации с заданными количественными критериями.

В 1986 г. в работе [3] Б. Коско предложил новый тип когнитивных карт, получивших название «нечеткие когнитивные карты» (Fuzzy Cognitive Maps).

Концепты в нечеткой когнитивной карте (НKK) могут принимать значения из диапазона действительных чисел  $[0, 1]$ .

Термин «нечеткие» обозначает только то, что причинные связи могут принимать не только значение, равное 0 или 1, а лежат в диапазоне действительных чисел, отражающих «силу» влияния одного концепта на другой. Подход, основанный на теории нечетких множеств Л. Заде, по крайней мере, в вычислительном аспекте, в модели Б. Коско не применяется.

Структура влияния нескольких входных концептов на выходной в картах данного типа соответствует структуре однослойного персептрона. В работе предложен способ аккумуляции отдельных влияний, аналогичный взвешенному суммированию компонентов входного вектора искусственным нейроном с последующим нелинейным преобразованием результатов этого суммирования. Отдельные чет-

кие влияния входных концептов суммируются, и для предотвращения выхода за пределы диапазона выходного концепта используется специальная нелинейная функция  $f$  :

$$K_j = f\left(\sum_{i=1}^n w_{ij} \cdot K_i\right). \quad (1)$$

где  $w_{ij}$  – вес влияния концепта  $i$  на концепт  $j$ ;

$n$  – число концептов, непосредственно влияющих на концепт  $j$ ;

$K_i$  и  $K_j$  – значения входного и выходного концептов соответственно.

В качестве активационной функции используется сигмоида:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda x}}. \quad (2)$$

Несмотря на то, что в вычислительном аспекте нечеткие когнитивные карты Б. Коско похожи на искусственную нейронную сеть, между этими двумя моделями существуют различия. Нечеткие когнитивные карты могут носить чисто экспертный характер (хотя могут и обучаться) и соответствуют модели типа «белого ящика», тогда как искусственная нейронная сеть принципиально ориентирована на обучение (модель типа «черного ящика»).

Стремление максимально использовать постулаты теории нечетких множеств привело к появлению нечетких когнитивных карт, для описания влияний между концептами в которых используются нечеткие продукционные правила (Rules Based Fuzzy Cognitive Maps – нечеткие когнитивные карты, основанные на правилах) [4].

В этих картах концепты представлены в виде нечетких множеств, определяемых функциями принадлежности к базовому множеству.

Причинно-следственные отношения между двумя концептами выражены в виде лингвистической нечетко-продукционной системы «один вход – один выход» (Single Input – Single Output; SISO) относительно нечетких приращений концептов. Правила имеют вид:

**Если** «приращение концепта  $K_i$  малое», **то** «приращение концепта  $K_j$  среднее».

В последнее время интерес к применению когнитивных карт для моделирования сложных, плохо-структурированных систем сильно увеличился (например, работы [5, 6]), в связи с чем разработка новых подходов к моделированию и модификация существующих методик представляется весьма актуальной.

Процесс формирования и использования когнитивных карт можно представить в виде следующей последовательности процедур:

- определение списка концептов (согласованного списка концептов в случае опроса группы экспертов);
- определение отношений причинности (влияния) между каждой парой концептов (согласованных отношений причинности);
- построение когнитивной карты;
- динамическое моделирование;
- анализ системных характеристик когнитивной карты;
- анализ устойчивости;
- обучение когнитивной карты.

#### Модификация нечетких когнитивных карт Коско

Мы предлагаем модифицировать алгоритм построения нечетких когнитивных карт Коско. Наш подход отличается большей формализацией отдельных шагов алгоритма, что позволит повысить точность моделирования, так как в этом случае параметры модели будут в меньшей степени зависеть от субъективного мнения отдельных экспертов.

Итак, в алгоритм построения нечеткой когнитивной карты предлагается внести следующие изменения.

1. После определения списка концептов выполняется нормирование их числовых значений и переход к безразмерным величинам таким образом, чтобы числовые значения концептов всегда изменялись в интервале от 0 до 1.
2. Текущие значения концептов рассчитываются по формуле

$$K_j = \begin{cases} f\left(\sum_{i=1}^n w_{ij} \cdot K_i\right), & \text{если } K_j > 0 \\ 0, & \text{если } K_j \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

- При назначении весов взаимного влияния концептов экспертами используется балльная шкала интенсивности предпочтений, предложенная Т. Саати в работе [7]. Допуская, что степень влияния  $i$ -го концепта на  $j$ -й по сравнению со степенью влияния  $k$ -го концепта на  $j$ -й, выражается числом  $a_{ik} \geq 1$ , он предложил следующую квантификацию градаций весов:

$a_{ik} = 1$ , если веса  $w_{ij}$  и  $w_{kj}$  одинаковы;

$a_{ik} = 3$ , если вес  $w_{ij}$  немного больше веса  $w_{kj}$ ;

$a_{ik} = 5$ , если вес  $w_{ij}$  больше веса  $w_{kj}$ ;

$a_{ik} = 7$ , если вес  $w_{ij}$  значительно больше веса  $w_{kj}$ ;

$a_{ik} = 9$ , если вес  $w_{ij}$  во много раз больше веса  $w_{kj}$ .

Таким образом, в результате проведения экспертом лингвистических парных сравнений получается матрица  $A = [a_{ik}]$ , где элемент  $a_{ik}$  показывает, во сколько раз вес  $w_{ij}$  больше веса  $w_{kj}$ .

- Вычисленные на основании матрицы  $A$  значения весов нормируются так, чтобы выполнялось условие

$$\sum_{i=1}^p w_{ij} = 1, \quad (4)$$

где  $p$  – число концептов, влияющих на  $j$ -й концепт.

Такой подход позволяет предотвратить возможность выхода значений выходного концепта за допустимые пределы.

- Для концептов-источников, содержащих только исходящие дуги,  $w_{ii} = 1$ .

#### Пример модели на основе нечеткой когнитивной карты

В качестве тестовой модели рассмотрим когнитивную карту, состоящую из четырёх концептов:  $K_1, K_2, K_3$  и  $K_4$ . Пусть вершина 1, соответствующая концепту  $K_1$ , является вершиной-источником, а вершина 4, соответствующая концепту  $K_4$ , есть вершина-сток. Вершина-источник связана с остальными вершинами карты только исходящими дугами, а вершина-сток, как уже было сказано, не имеет исходящих дуг. Будем также считать, что в графе-модели отсутствуют петли. Пусть заданы начальные значения концептов  $K_1, K_2, K_3$ ,  $K_4$  и определены знаки и значения весов  $w_{12}, w_{13}, w_{14}, w_{23}, w_{24}, w_{32}, w_{34}$ . Числовые значения концептов нормированы, а значения весов, вычисленные на основе матрицы парных сравнений  $A$ , удовлетворяют условию (3). Для многих практически интересных случаев мы можем представить моделируемую систему именно в таком виде.

С учетом сказанного выше, когнитивная карта будет иметь вид, показанный на рисунке 1.

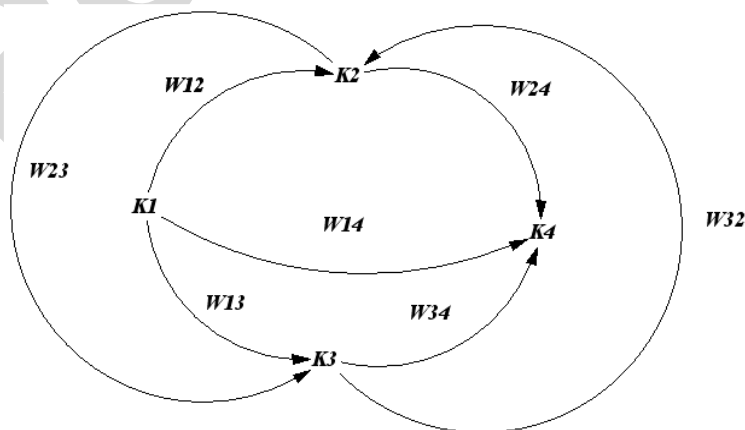


Рисунок 1. – Пример нечеткой когнитивной карты

Примечание. На рисунке для большей наглядности концепты  $K_1, K_2, K_3$  и  $K_4$  обозначены как  $K1, K2, K3$  и  $K4$ , а веса  $w_{12}, w_{13}, w_{14}, w_{23}, w_{24}, w_{32}, w_{34}$  –  $W12, W13, W14, W23, W24, W32, W34$  соответственно.

Предположим, что на основании обработки мнений экспертов, нами получена следующая матрица, соответствующая нечеткой когнитивной карте, приведенной на рисунке 1.

$$W = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0,75 & 0,71 & 0,28 \\ 0 & 0 & 0,29 & 0,29 \\ 0 & 0,25 & 0 & -0,43 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Пусть исходные нормированные значения концептов заданы следующим вектором-строкой:

$$K = (K_1 \ K_2 \ K_3 \ K_4) = (0,80 \ 0,40, \ 0,03 \ 0,10). \quad (6)$$

Пусть также в некоторый момент времени  $t_0$  значение концепта  $K_1$  изменилось и стало равно 0,95. Тогда переходный процесс в системе можно рассчитать по следующей матричной формуле:

$$K(t_{k+1}) = K(t_k) \cdot W, \quad (7)$$

где  $K(t_{k+1})$  и  $K(t_k)$  – векторы-строки концептов в моменты времени  $t_{k+1}$  и  $t_k$  соответственно.

В таблице 1 приведены результаты расчета описанного выше переходного процесса в среде MS Excel. При расчете учитывается формула (3).

Таблица 1 – Результаты расчета рассматриваемого переходного процесса в среде MS Excel

	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$	$t_9$	$t_{10}$
$K_1$	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
$K_2$	0,4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$K_3$	0,03	0,79	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68
$K_4$	0,1	0,37	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Графики на рисунке 2 иллюстрируют изменения концептов во времени.

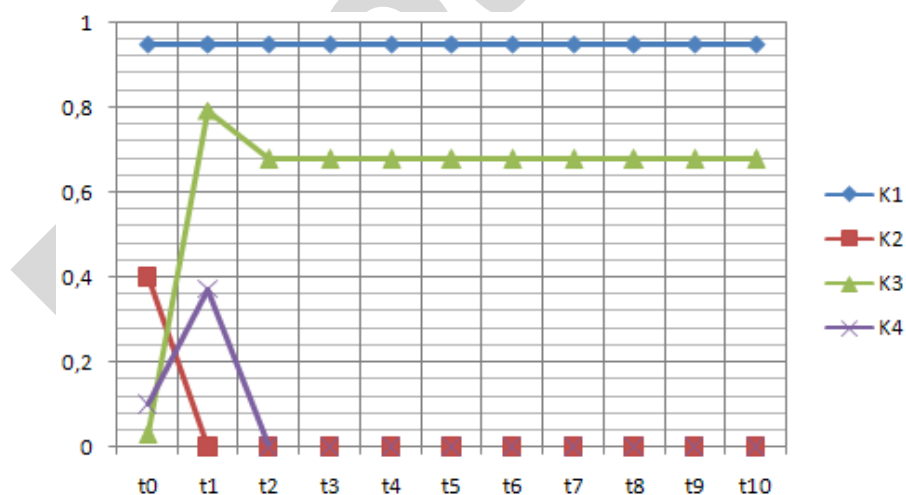


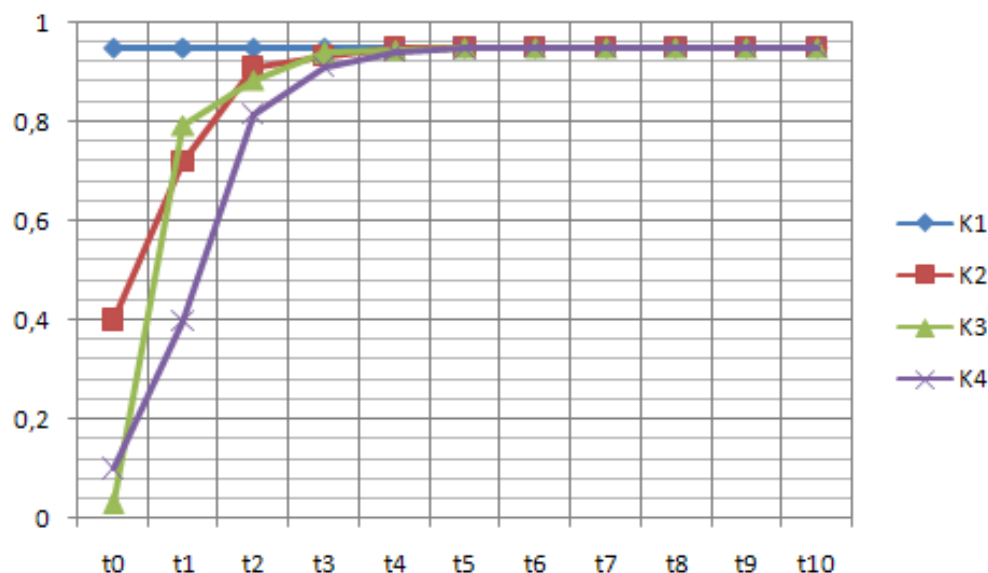
Рисунок 2. – Графики изменения концептов  $K_1, K_2, K_3, K_4$  во времени

В таблице 2 и на рисунке 3 приведены результаты расчета переходного процесса для того же вектора концептов и следующей матрице весов:

$$W = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} & w_{13} & w_{14} \\ w_{21} & w_{22} & w_{23} & w_{24} \\ w_{31} & w_{32} & w_{33} & w_{34} \\ w_{41} & w_{42} & w_{43} & w_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0,75 & 0,71 & 0,28 \\ 0 & 0 & 0,29 & 0,29 \\ 0 & 0,25 & 0 & 0,43 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Таблица 2. – Результаты расчета рассматриваемого переходного процесса для матрицы весов (8)

	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$	$t_9$	$t_{10}$
$K_1$	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
$K_2$	0,4	0,72	0,91	0,93	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
$K_3$	0,03	0,79	0,88	0,94	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
$K_4$	0,1	0,40	0,82	0,91	0,94	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95

Рисунок 3. – Графики изменения концептов  $K_1, K_2, K_3, K_4$  во времени при матрице весов, заданной выражением (8)

**Выводы.** Нечеткие когнитивные карты представляют собой простой, удобный и универсальный инструмент для моделирования и исследования процессов в плохоструктурированных и слабоформализованных системах.

Применение когнитивных карт позволяет уточнить структуру системы, оценить ее устойчивость, выполнить моделирование переходных процессов в системе.

Коллективное построение нечеткой когнитивной карты группой экспертов позволяет естественным образом объединить усилия экспертов, проводящих анализ и моделирование плохоструктурированной системы, упрощает выработку консолидированного представления о процессах, протекающих в моделируемой системе.

Важным направлением применения нечеткого когнитивного моделирования может быть учебный процесс. Использование когнитивных карт при изучении сложных процессов и систем в любой предметной области позволяет повысить эффективность и качество обучения и уменьшить время, необходимое для усвоения нового учебного материала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Tolmen, E.C. Cognitive maps in rats and men / E.C. Tolmen. – Psychological Review. – 1948. – Vol. 42, № 55. – P. 189–208.
2. Axelrod, R. Structure of Decision: the cognitive maps of political elites / R. Axelrod. – N. Y. : Princeton Univ. Press, 1976.
3. Kosko, B. Fuzzy Cognitive Maps. International / B. Kosko. – Journal of Man-Machine Studies. – 1986. – Vol. 24. – P. 65–75.
4. Carvalho, J.P. Rule-based fuzzy cognitive maps and fuzzy cognitive maps – a comparative study. / J.P. Carvalho, J.A. Tom // In Proc. of the 18th International Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society, NAFIPS'99. – New York, 1999. – P. 115–119.

5. Ntarlas, O.D. A survey on Applications of fuzzy cognitive maps in business and management / O.D. Ntarlas, P.P. Groumpos // Вестник УГАТУ = Vestnik UGATU. – 2014. – № 5. – С. 3–7.
6. Причина, О.С. Применение нечетких когнитивных карт для организационной диагностики предприятия и моделирования деятельности / О.С. Причина, Д.Л. Мороз, К. Руиз // Вестник Таганрогского института им. А.П. Чехова. – 2014. – № 1. – С. 34–37.
7. Saaty, T.L. Exploring the interface between hierarchies, multiple objectives and fuzzy sets / T.L. Saaty // Fuzzy Sets and Syst. – 1978. – № 1. – P. 57–68.

Поступила 20.03.2017

#### APPLICATION OF FUZZY COGNITIVE MAPS FOR BAD STRUCTURED SYSTEMS MODELING

A. OSKIN, D. OSKIN

*The technique of modeling of bad structured systems based on the use of fuzzy cognitive maps is considered. The history of the development of this modeling method is briefly reviewed, references are made to the main works in this subject area. A modification of the algorithm for constructing Kosko's fuzzy cognitive map is proposed. Examples of modeling using a modified algorithm are given.*

**Keywords:** modeling, fuzzy cognitive maps, bad structured systems.